**Ответы**

**1.10.** $14 \cdot 17 = 238$. **1.11.** $A_{12}^5 = 95040$. **1.12.** $\overline{A}_7^3 = 7^3 = 343$. **1.13.** 6. **1.14.** 4536. **1.15.** 1120. **1.16.** 720. **1.17.** 125. **1.18.** 165. **1.19.** а) 126; б) 15. **1.20.** $P(4,5,6) = 630630$. **1.21.** а) $P_4 = 24$; б) $P(2,2) = 6$. **1.22.** $C_{22}^4 \cdot C_8^2 = 204820$. **1.23.** 720. **1.24.** 120. **1.25.** 120, 30, 60, 210. **1.26.** Недостаточно. **1.27.** 256. **1.28.** 11. **1.29.** 8, 9,10.

## 2. Действия над событиями

Событие называется случайным или возможным, если исход испытания приводит к появлению либо к непоявлению этого события. Например, выпадение герба при бросании монеты; выпадение грани с числом очков, равным 3, при бросании игральной кости.

Событие называется достоверным, если в условиях испытания оно обязательно произойдет. Например, извлечение белого шара из урны, в которой находятся только белые шары; выпадение не более 6 очков при бросании игральной кости.

Событие называется невозможным, если в условиях испытания оно заведомо не произойдет. Например, выпадение семи очков при бросании одной игральной кости; извлечение более четырех тузов из обычной колоды карт.

Случайные события обозначаются латинскими буквами алфавита $A$, $B$, $C$ и так далее.

События бывают совместные и несовместные. События называются несовместными, если в условиях испытания появление одного из них исключает появление остальных. Например, выпадение герба и решки при одном бросании монеты; попадание и промах при одном выстреле. События называются совместными, если в условиях испытания появление одного из них не исключает появления остальных. Например, поражение мишени и промах при одновременной стрельбе из двух винтовок; выпадение двух гербов при бросании двух монет.

События называются равновозможными, если в условиях данного испытания возможность наступления каждого из этих событий одинакова. Примеры равновозможных событий: выпадение герба и выпадение решки при одном бросании монеты;

выпадение числа очков от 1 до 6 при бросании одной игральной кости.

Событие $C$, состоящее в наступлении хотя бы одного из событий $A$ или $B$, называется суммой (объединением) событий и обозначается $C = A + B \quad (C = A \bigcup B)$.

Событие $C$, состоящее в совместном наступлении событий $A$ и $B$, называется произведением (пересечением) этих событий и обозначается $C = A \cdot B \quad (C = A \bigcap B)$.

Событие $C$, состоящее в том, что событие $A$ не происходит, называется противоположным и обозначается $\overline{A}$. Сумма противоположных событий является достоверным событием $\Omega$, то есть $A + \overline{A} = \Omega$.

Произведение противоположных событий — событие невозможное $(V)$, то есть $A \cdot \overline{A} = V$.

Совокупность возможных событий образует полную группу, если в результате испытаний появится хотя бы одно из этих событий:

$$\sum_{i=1}^{n} A_i = \Omega.$$

Например, при бросании игральной кости выпадения от одного до шести очков составляют полную группу событий.

**2.1.** Событие $A$ — из четырех проверяемых электролампочек все дефектные; событие $B$ — все лампочки доброкачественные. Что означают события: 1) $A + B$; 2) $A \cdot B$; 3) $\overline{A}$; 4) $\overline{B}$ ?

*Решение.* 1) Событие $A$ состоит в том, что все электролампочки дефектные, а событие $B$ — в том, что все электролампочки доброкачественные. Сумма событий $A+B$ означает, что все лампочки должны быть либо дефектными, либо доброкачественными.

2) Событие $A \cdot B$ — лампочки должны быть одновременно дефектными и доброкачественными, поэтому событие $A \cdot B$ — невозможное.

3) $A$ — все лампочки дефектные, следовательно, $\overline{A}$ — хотя бы одна лампочка доброкачественная.

4) $B$ — все лампочки доброкачественные, следовательно, $\overline{B}$ — хотя бы одна лампочка дефектная.

**2.2.** Из таблицы случайных чисел наудачу взято одно число. Событие $A$ — выбранное число делится на 2, событие $B$ — выбранное число делится на 3. Что означают события: 1) $A+B$; 2) $A \cdot B$; 3) $\overline{A \cdot B}$ ?

*Решение.* 1) Сумма событий $A+B$ есть событие, состоящее в появлении хотя бы одного из событий $A$ или $B$, то есть случайно выбранное число должно делиться или на 2, или на 3, или на 6.

2) Произведение событий $A \cdot B$ означает, что события $A$ и $B$ происходят одновременно. Следовательно, выбранное число должно делиться на 6.

3) $\overline{A \cdot B}$ — выбранное число не делится на 6.

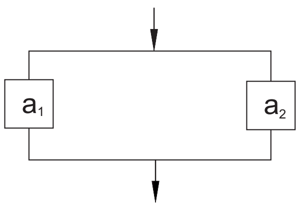
**2.3.** Два стрелка делают по одной и той же цели по одному выстрелу. Событие $A$ — первый стрелок попадает в цель; событие $B$ — второй стрелок попадает в цель. Что означают события: а) $A+B$; б) $A \cdot B$; в) $\overline{A}+\overline{B}$; г) $\overline{A} \cdot \overline{B}$ ?

*Решение.* а) Событие $A+B$ означает: хотя бы один из стрелков попадает в цель; б) событие $A \cdot B$ означает: оба стрелка попадают в цель; в) событие $\overline{A}+\overline{B}$ означает: хотя бы один делает промах; г) события $\overline{A} \cdot \overline{B}$ означает: оба делают промахи.

**2.4.** Два шахматиста играют одну партию. Событие $A$ — выиграет первый игрок, событие $B$ — второй игрок. Какое событие следует добавить к указанной совокупности, чтобы получилась полная группа событий?

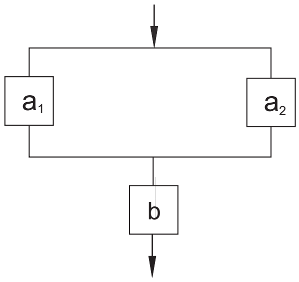
*Решение.* Событие $C$ — ничья.

**2.5.** Даны два дублирующих блока $a_1$ и $a_2$. Запишите событие, состоящее в том, что система замкнута.




*Решение.* Введем следующие обозначения: $A_1$ — событие, состоящее в том, что блок $a_1$ исправен; $A_2$ — событие, состоящее в том, что блок $a_2$ исправен; $S$ — событие, состоящее в том, что система замкнута. Блоки дублирующие, поэтому система будет замкнута в том случае, когда исправен хотя бы один из блоков, то есть $S = A_1 + A_2$.

**2.6.** Дана система из трех блоков $a_1$, $a_2$, $b$. Запишите событие, состоящее в том, что система замкнута.




*Решение.* Введем следующие обозначения: $A_1$ — событие, состоящее в том, что блок $a_1$ исправен; $A_2$ — событие, состоящее в том, что блок $a_2$ исправен; $B$ — событие, состоящее в том, что блок $b$ исправен; $S$ — событие, состоящее в том, что система замкнута.

Разобьем систему на две части. Замкнутость системы, состоящей из дублирующих блоков, как мы видим, можно записать в виде события $A_1 + A_2$. Для замкнутости всей системы исправность блока $B$ всегда обязательна, поэтому

$$S = (A_1 + A_2) \cdot B.$$

### Задачи для самостоятельного решения

**2.7.** Из таблицы случайных чисел наудачу взято одно число. Событие $A$ — выбранное число делится на 5, событие $B$ — это число оканчивается нулем. Что означают события: 1) $A+B$; 2) $A \cdot \overline{B}$; 3) $A \cdot B$; 4) $\overline{A} \cdot B$ ?

**2.8.** Три стрелка стреляют по мишени. События: $A_1$ — попадание в мишень первым стрелком; $A_2$ — попадание вторым стрелком; $A_3$ — попадание третьим стрелком. Составьте полную группу событий.

**2.9.** В коробке лежат по несколько шаров одного размера, но разных цветов: белого, красного, синего. Событие $K_i$ — взятый наудачу шар красного цвета; событие $B_i$ — белого цвета; событие $C_i$ — синего цвета. Вынимают два шара подряд ($i = 1, 2$ — порядковый номер вынутых шаров). Запишите следующие события: а) событие $A$ — взятый наудачу второй шар оказался синего цвета; б) событие $\overline{A}$; в) событие $B$ — оба шара красные? Составьте полную группу событий.

**2.10.** По цели производится три выстрела. Даны события $A_i$ $(i = 1, 2, 3)$ — попадание в цель при $i$-ом выстреле. Выразите через $A_i$ и $\overline{A_i}$ следующие события: 1) ни одного попадания в цель; 2) одно попадание в цель; 3) два попадания в цель; 4) три попадания в цель; 5) хотя бы одно попадание в цель; 6) хотя бы один промах.

**2.11.** Являются ли несовместными следующие события:

а) опыт — подбрасывание монеты; события: А — появление герба, В — появление цифры;

б) опыт — два выстрела по мишени; события: А — хотя бы одно попадание, В — хотя бы один промах.

**2.12.** Являются ли равновозможными следующие события:

а) опыт — подбрасывание монеты; события: А — появление герба, В — появление цифры;

б) опыт — подбрасывание погнутой монеты; события: А — появление герба, В — появление цифры;

в) опыт: выстрел по мишени; события: А — попадание, В — промах.

**2.13.** Образуют ли полную группу событий следующие события:

а) опыт — подбрасывание монеты; события: А — герб, В — цифра;

б) опыт — подбрасывание двух монет; события: А — два герба, В — две цифры.

**2.14.** Подбрасывают игральный кубик. Обозначим события: $A$ — выпадение 6 очков, $B$ — выпадение 3 очков, $C$ — выпадение четного числа очков; $D$ — выпадение числа очков, кратного трем. Каковы соотношения между этими событиями?

**2.15.** Пусть $A$, $B$, $C$ — произвольные события. Что означают следующие события: $\overline{A}BC$; $\overline{ABC}$; $\overline{A}+\overline{BC}$; $A\overline{BC}+\overline{A}B\overline{C}+\overline{AB}C$; $\overline{ABC}+\overline{AB}C+\overline{A}B\overline{C}+A\overline{BC}$ ?

**2.16.** Через произвольные события $A$, $B$, $C$ найдите выражения для следующих событий:

а) произошло только событие $A$;

б) произошли $A$ и $B$, $C$ не произошло;

в) произошли все три события;

г) произошло, по крайней мере, одно из этих событий;

д) произошло, по крайней мере, два события;

е) произошло одно и только одно событие;

ж) произошло два и только два события;