чив через $\overline{S}$ событие, состоящее в том, что система незамкнута, можно записать: $\overline{S} = \overline{A_1} \cdot \overline{A_2} + \overline{B} = \overline{(A_1 + A_2)} + \overline{B}$. **2.18.** Аналогично решению задач **2.5**, **2.6** получаем $S = A(B_1 + B_2) \cdot C \cdot D$; $\overline{S} = \overline{A} + \overline{B_1}\,\overline{B_2} + \overline{C} + \overline{D}$.

3. Классическое определение вероятности

Вероятностью события A называется отношение числа m случаев, благоприятствующих его появлению, к общему числу n всех несовместных равновозможных и образующих полную группу случаев. Такое определение вероятности называют классическим. Вероятность события обозначается $P(A)$ и вычисляется по формуле

$$P(A) = \frac{m}{n}. \tag{7}$$

Эта формула применима в том случае, когда результаты опыта можно представить в виде полной группы равновозможных и попарно несовместных событий.

Вероятность появления события заключена в пределах от 0 до 1: $0 \le P(A) \le 1$.

3.1. Из урны, в которой находится 4 белых, 9 черных и 7 красных шаров, наугад вынимают один шар. Какова вероятность появления белого шара?

Решение. Здесь элементарным исходом является извлечение из урны любого шара. Число всех таких исходов равно числу шаров в урне, то есть $n = 20$. Число исходов, благоприятствующих появлению белого шара (событие A), очевидно равно числу белых шаров в урне, то есть $m = 4$. Поэтому по формуле (7) находим

$$P(A) = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}.$$

3.2. Игральный кубик бросают два раза. Какова вероятность того, что сумма выпавших очков окажется равной восьми?

Решение. Обозначим через A_{ij} событие, состоящее в том, что при первом подбрасывании выпало i очков, а при втором — j очков. Тогда 36 событий

$$\begin{array}{cccc} A_{11}, & A_{12}, & \ldots, & A_{16}; \\ A_{21}, & A_{22}, & \ldots, & A_{26}; \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ A_{61}, & A_{62}, & \ldots, & A_{66} \end{array}$$

можно рассматривать как элементарные исходы опыта. Следовательно, число всех таких элементарных исходов $n = 36$. Появлению события A (сумма выпавших очков равна восьми) благоприятствуют исходы A_{26}, A_{35}, A_{44}, A_{53}, A_{62}. Таким образом, $m = 5$. Отсюда получаем

$$P(A) = \frac{5}{36}.$$

3.3. В партии из S изделий имеется T нестандартных. Определите вероятность того, что среди выбранных наудачу s изделий нестандартными окажутся t изделий.

Решение. Элементарным исходом является выборка любых s изделий из их общего числа S. Число всех таких исходов равно числу сочетаний из S по s, то есть $n = C_S^s$. Интересующее нас событие A — это извлечение s изделий, в которых $s - t$ изделий — качественные, а t — нестандартные. Число таких групп

$$m = C_{S-T}^{s-t} \cdot C_T^t,$$

так как группу из t нестандартных изделий можно образовать C_T^t способами, а группу из $s-t$ качественных изделий — C_{S-T}^{s-t} способами, причем любая группа исправных изделий может комбинироваться с любой группой нестандартных изделий. Отсюда

$$P(A) = \frac{C_{S-T}^{s-t} \cdot C_T^t}{C_S^s}.$$

3.4. Из букв слова “ДИФФЕРЕНЦИАЛ” наугад выбирается буква. Какова вероятность того, что эта буква будет а) гласной; б) согласной; в) буквой “ч”?

Решение. В слове “ДИФФЕРЕНЦИАЛ” 12 букв, 5 гласных, 7 согласных. Пусть событие A — выбрана гласная буква , B — выбрана согласная буква, C — выбрана буква “ч”. Тогда

$$P(A) = \frac{5}{12}, \quad P(B) = \frac{7}{12}, \quad P(C) = 0.$$

3.5. В команде участников студенческой олимпиады 4 девушки и 6 юношей. Разыгрываются 3 диплома первой степени. Какова вероятность того, что среди обладателей дипломов окажутся одна девушка и двое юношей?

Решение. Число всех равновозможных случаев распределения 3 дипломов среди 10 человек равно числу сочетаний C_{10}^3. Число групп по двое юношей из шести, которые могут получить дипломы — C_6^2. Каждая пара может сочетаться с любой девушкой, число таких выборов — C_4^1. Следовательно, число групп: двое юношей и одна девушка равно произведению $C_6^2 \cdot C_4^1$. Это число благоприятствующих случаев распределения дипломов. Искомая вероятность:

$$P(A) = \frac{C_6^2 \cdot C_4^1}{C_{10}^3} = \frac{1}{2}.$$

Задачи для самостоятельного решения

3.6. На 5 одинаковых карточках написаны буквы К, М, О, С, Т. Эти карточки наудачу разложены в ряд. Какова вероятность того, что получится слово “ТОМСК”?

3.7. В ящике 4 голубых и 5 красных шаров. Из ящика наугад вынимают два шара. Найдите вероятность того, что эти шары разного цвета.

3.8. В офисе работают четыре женщины и трое мужчин. Среди них разыгрываются 4 билета на концерт юмористов. Какова вероятность того, что среди обладателей билетов окажутся две женщины и двое мужчин?

3.9. В ящике 10 шаров, из которых 2 белых, 3 красных, 5 голубых. Наудачу извлечены 3 шара. Найдите вероятность того, что все три шара разного цвета.

3.10. На 5 одинаковых карточках написаны буквы Л, М, О, О, Т. Какова вероятность того, что извлекая карточки наугад, получим в порядке их выхода слово “МОЛОТ”?

3.11. Из партии, содержащей 10 изделий, среди которых 3 бракованных, наудачу извлекают 3 изделия. Найдите вероятность того, что в полученной выборке ровно одно изделие бракованное.

3.12. Из десяти билетов выигрышными являются два. Чему равна вероятность того, что среди взятых наудачу пяти билетов один выигрышный?

3.13. Куб, все грани которого окрашены, распилен на 1000 кубиков одинакового размера, которые затем тщательно перемешаны. Найдите вероятность того, что наудачу извлеченный кубик имеет окрашенных граней: а) одну; б) две; в) три.

3.14. В ящике 15 деталей, среди которых 10 окрашенных. Наудачу извлекают 3 детали. Найдите вероятность того, что извлеченные детали окажутся окрашенными.

3.15. Из букв составлено слово “АНАНАС”. Буквы рассыпались. Найдите вероятность того, что собрав буквы в произвольном порядке, снова получим это слово.

3.16. Наудачу выбрано натуральное число, не превосходящее 30. Какова вероятность того, что это число кратно 3?

3.17. В урне A красных и B голубых шаров, одинаковых по размеру и весу. Чему равна вероятность того, что наудачу извлеченный шар окажется голубым?

3.18. Наудачу выбрано число, не превосходящее 30. Какова вероятность того, что это число является делителем 30?

3.19. В урне B красных и A голубых шаров, одинаковых по размеру и весу. Из этой урны извлекают один шар и откладывают в сторону. Этот шар оказался красным. После этого из урны вынимают еще один шар. Найдите вероятность того, что второй шар тоже красный.

3.20. Наудачу выбрано число, не превосходящее 50. Какова вероятность того, что это число является простым?

3.21. Подбрасывают три игральных кубика, подсчитывается сумма выпавших очков. Что вероятнее — получить в сумме 9 или 10 очков? 11 или 12 очков?

Ответы

3.6. 1/120. **3.7.** 5/9. **3.8.** 18/35. **3.9.** 0,25. **3.10.** 1/60. **3.11.** 21/40. **3.12.** 5/9. **3.13.** а) 0,384; б) 0,096; в) 0,008. **3.14.** 24/91. **3.15.** 1/60. **3.16.** 1/3. **3.17.** $\frac{B}{A+B}$. **3.18.** 1/7. **3.19.** $\frac{B-1}{A+B-1}$. **3.20.** 0,32. **3.21.** $p_1 = 25/216$ — вероятность получить в сумме 9 очков, $p_2 = 27/216$ — вероятность получить в сумме 10 очков; $p_2 > p_1$; $p_3 = 27/216$ — вероятность получить в сумме 11 очков, $p_4 = 25/216$ — вероятность получить в сумме 12 очков; $p_3 > p_4$.

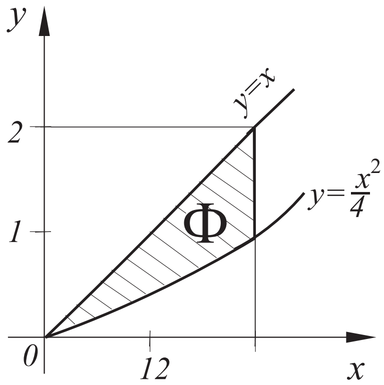
4. Геометрическая вероятность

Формула $P(A) = \frac{m}{n}$ теряет смысл, если число всех равновозможных несовместных случаев неограничено (образует бесконечное множество). Однако возможно иногда всей совокупности бесконечных равновозможных несовместных случаев дать количественную характеристику S в некоторых мерах длины, площади, объема, времени и так далее, а части этой совокупности, благоприятствующей наступлению рассматриваемого события A — характеристику S_δ в тех же мерах. Тогда вероятность появления события A определяется соотношением:

$$P(A) = \frac{S_\delta}{S}. \tag{8}$$

4.1. Из промежутка $[0; 2]$ наудачу выбраны два числа x и y. Найдите вероятность того, что эти числа удовлетворяют неравенствам $x^2 \le 4y \le 4x$.

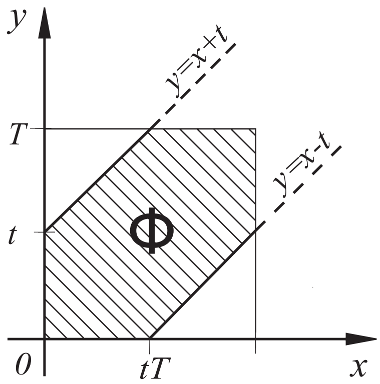
Решение. Испытание состоит в случайном выборе из промежутка $[0; 2]$ пары чисел x и y. Будем это интерпретировать как выбор наудачу точки $M(x; y)$ из множества всех точек квадрата, сторона которого равна двум. Рассмотрим фигуру Φ, представляющую собой множество всех точек квадрата, координаты которых удовлетворяют системе неравенств $x^2 \le 4y \le 4x$. Интересующее событие происходит тогда и только тогда, когда выбранная точка $M(x; y)$ принадлежит фигуре Φ.



По формуле (8) искомая вероятность равна отношению площади фигуры Φ к площади квадрата:

$$P = \frac{\int\limits_0^2 \left(x - \frac{1}{4}x^2\right) d\,x}{4} = \frac{1}{3}.$$

4.2. Двое договорились о встрече в определенном месте. Каждый из них приходит в условленное место независимо друг от друга в случайный момент времени из $[0;T]$ и ожидает не более чем время $t \in (0;T)$. Какова вероятность встречи на таких условиях?



Решение. Обозначим через x время прихода первого в условленное место, а через y — время прихода туда второго лица. Из условия вытекает, что x и y независимо друг от друга пробегают промежуток времени $[0;T]$. Испытание состоит в фиксации времени прихода указанных лиц к месту встречи. Тогда пространство элементарных исходов данного испытания интерпретируется как совокупность всех точек $M(x;y)$ квадрата $\Omega = \{(x;y) : 0 \leq x \leq T, 0 \leq y \leq T\}$. Интересующее нас событие A — “встреча произошла” наступает в том и только том случае, когда выбранная точка $M(x;y)$ окажется внутри фигуры Φ, представляющей собой множество всех точек квадрата, координаты которых удовлетворяют неравенству $|x - y| \leq t$. По формуле (8) искомая вероятность представляет собой отношение площади фигуры Φ к площади квадрата Ω:

$$P(A) = \frac{T^2 - (T-t)^2}{T^2} = 1 - \left(1 - \frac{t}{T}\right)^2.$$

Анализируя полученный в этой задаче результат, видим, что с возрастанием $t \in (0; T]$ увеличивается вероятность встречи. Пусть, например, $T = 1$ час, $t = 20$ мин, тогда $P(A) = \frac{5}{9} > 0{,}5$, то есть чаще чем в половине случаев встречи будут происходить, если многократно договариваться на указанных выше условиях.

Задачи для самостоятельного решения

4.3. После бури на участке между 40-м и 70-м километрами телефонной линии произошел обрыв провода. Какова вероятность того, что разрыв произошел между 45-м и 50-м километром линии? (Вероятность обрыва провода в любом месте считать одинаковой).

4.4. В круг радиуса r наугад брошена точка. Найдите вероятность того, что эта точка окажется внутри вписанного в данный круг правильного треугольника.

4.5. Найдите вероятность того, что сумма двух случайно выбранных чисел из промежутка $[-1; 1]$ больше нуля, а их произведение отрицательно.

4.6. Во время боевой учебы н-ская эскадрилья бомбардировщиков получила задание атаковать нефтебазу "противника". На территории нефтебазы, имеющей форму прямоугольника со сторонами 30 и 50 м, находятся четыре круглых нефтебака диаметром 10 м каждый. Найдите вероятность прямого поражения нефтебаков бомбой, попавшей на территорию нефтебазы, если попадание бомбы в любую точку этой базы равновероятно.

4.7. Два действительных числа x и y выбираются наудачу так, что сумма их квадратов меньше 100. Какова вероятность, что сумма квадратов этих чисел окажется больше 64?

4.8. Двое друзей условились встретиться между 13 и 14 часами. Пришедший первым ждет второго в течение 20 минут, после чего уходит. Определите вероятность встречи друзей, если моменты их прихода в указанном промежутке времени равновозможны.

4.9. Два парохода должны подойти к одному и тому же причалу. Время прихода обоих пароходов равновозможно в течение данных суток. Определите вероятность того, что одному из пароходов придется ожидать освобождения причала, если время стоянки первого парохода равно одному часу, а второго — двум часам.

4.10. Наудачу взяты два положительных числа x и y, каждое из которых не превышает двух. Найдите вероятность того, что произведение $x \cdot y$ будет не больше единицы, а частное y/x не больше двух.

4.11. В области G, ограниченной эллипсоидом $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{4} = 1$, наудачу зафиксирована точка. Какова вероятность того, что координаты $(x; y; z)$ этой точки будут удовлетворять неравенству $x^2 + y^2 + z^2 \leq 4$?

4.12. В прямоугольник с вершинами $R(-2; 0)$, $L(-2; 9)$, $M(4; 9)$, $N(4; 0)$ брошена точка. Найдите вероятность того, что ее координаты будут удовлетворять неравенствам
$0 \leq y \leq 2x - x^2 + 8$.

4.13. Область G ограничена окружностью $x^2 + y^2 = 25$, а область g — этой окружностью и параболой $16x - 3y^2 > 0$. Найдите вероятность попадания в область g.

4.14. Наудачу взяты два положительных числа x и y, каждое из которых не превышает единицы. Найдите вероятность того, что сумма $x + y$ не превышает единицы, а произведение $x \cdot y$ не меньше 0,09.

Ответы

4.3. 1/6. **4.4.** $3\sqrt{3}/4\pi$. **4.5.** 0,25. **4.6.** $\pi/15$. **4.7.** 0,36. **4.8.** 5/9. **4.9.** $\approx$ 0,121. **4.10.** $\approx$ 0,38. **4.11.** 1/3. **4.12.** 2/3. **4.13.** $\approx$ 0,346. **4.14.** $\approx$ 0,198.

5. Основные теоремы теории вероятностей

Вероятность суммы двух несовместных событий A и B равна сумме вероятностей этих событий, то есть

$$P(A+B) = P(A) + P(B).$$

Вероятность суммы двух совместных событий A и B равна сумме вероятностей этих событий без вероятности их совместного появления, то есть

$$P(A+B) = P(A) + P(B) - P(A \cdot B).$$

Следствия:

- Сумма вероятностей событий, составляющих полную группу, равна единице: $P\left(\sum\limits_{k=1}^{n} A_k\right) = \sum\limits_{k=1}^{n} P(A_k) = 1.$
- Сумма вероятностей противоположных событий равна единице: $P(A) + P(\overline{A}) = 1.$

События A_i $(i = 1, \ldots, n)$ называются зависимыми, если появление одного из них изменяет вероятность появления остальных.

События A_1, A_2 называются независимыми, если появление одного из них не изменяет вероятность появления другого.

События A_i $(i = 1, \ldots, n)$ называются независимыми в совокупности или независимыми, если они попарно-независимы, а также независимы каждое из них и произведение k остальных $(k = 2, 3, \ldots, n-1)$. (Заметим, что из попарной независимости событий не следует их независимость в совокупности.) Если события A_1, A_2, …, A_n независимы, то противоположные им события $\overline{A_1}$, $\overline{A_2}$, …, $\overline{A_n}$ также независимы.

Например, в ящике находятся электрические лампочки одинаковой величины и формы, но различного напряжения: на 120 В — 20 штук, на 220 В — 50. Наудачу вынимают две лампочки одну за другой. Предположим, что событие A_1 — первой взята лампочка напряжением 120 В, событие A_2 — второй взята лампочка того же напряжения. Если первая вынутая лампочка не возвращается в ящик перед взятием второй лампочки, то события A_1 и A_2 — зависимые, так как появление события A_1 изменило вероятность появления события A_2: $P(A_2) = 19/69$.

Если взятая наудачу первая лампочка после фиксирования ее напряжения возвращается обратно в ящик, то вероятность появления события A_2 не изменится. В этом случае события A_1 и A_2 независимые.

Вероятность события A, вычисленная в предположении, что событие B имело место, называется условной вероятностью события A и обозначается $P(A|B)$.

Вероятность произведения двух событий A и B равна произведению вероятности одного из них на условную вероятность другого:

$$P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B|A) \tag{9}$$

или

$$P(A \cdot B) = P(B) \cdot P(A|B).$$

Если события A и B независимые, то $P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B)$.

Вычисление вероятности суммы событий можно свести к вычислению вероятности произведения противоположных событий. Если обозначить $P(A_i) = p_i$, $P(\overline{A_i}) = q_i$, $i = 1, 2, \ldots, n$, то

$$P(A_1 + A_2 + \ldots + A_n) = 1 - P(\overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot \ldots \cdot \overline{A_n}) = 1 - q_1 \cdot q_2 \cdot \ldots \cdot q_n.$$

Если независимые события имеют одинаковую вероятность, равную p, то вероятность появления хотя бы одного из этих событий выражается формулой $P(A) = 1 - q^n$, где $A = A_1 + A_2 + \ldots + A_n$. В обратной задаче вероятность $P(A)$ известна и нужно определить при каком числе n независимых событий A_i достигается заданное значение $P(A)$. Точнее, задается некоторое число Q, такое, что $P(A) = 1 - q^n \geq Q$. Из этого неравенства определяется значение n.

Приведем некоторые рекомендации к решению задач на использование основных теорем теории вероятностей:

- Искомое событие A представьте через события A_i, используя операции сложения, умножения и противоположные события. Например, $A = A_1 + A_2 + \ldots + A_n$, $A = A_1\overline{A_2} + \overline{A_1}A_2 + A_1A_2$, $A = \Omega - \overline{A}$.

- Найдите вероятность события A, пользуясь теоремами сложения, умножения вероятностей.
- Старайтесь выбирать события такими, чтобы они были независимыми.
- Представляйте искомые события через A_i так, чтобы они были несовместными.
- Оцените, не лучше ли перейти к противоположному событию при решении задачи.

5.1. Бросается игральная кость один раз. Найдите вероятность выпадения грани с тремя или пятью очками.

Решение. Пусть событие A — появление грани с тремя очками, событие B — с пятью очками. $P(A) = \frac{1}{6}$ и $P(B) = \frac{1}{6}$. События A и B несовместные, так как появление грани с тремя очками исключает появление грани с пятью очками и наоборот. Поэтому $P(A + B) = P(A) + P(B) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$.

5.2. Найдите вероятность того, что наудачу взятое двузначное число окажется кратным либо 2, либо 5, либо тому и другому одновременно.

Решение. Пусть событие A означает, что наудачу взятое двузначное число кратно 2. Событие B — двузначное число кратно 5. Найдем $P(A + B)$. Так как события A и B совместные, то $P(A+B) = P(A)+P(B)-P(A\cdot B)$. Двузначные числа — это числа 10, 11, 12, …, 99. Всего их 90. Из них 45 будут кратны 2, 18 кратны 5 и 9 кратны 2 и 5 одновременно. Поэтому $P(A) = \frac{45}{90} = \frac{1}{2}$; $P(B) = \frac{18}{90} = \frac{1}{5}$; $P(A \cdot B) = \frac{9}{90} = \frac{1}{10}$. Следовательно, $P(A + B) = \frac{1}{2} + \frac{1}{5} - \frac{1}{10} = \frac{3}{5}$.

5.3. Имеются две урны с шарами. В одной 10 красных и 5 синих шаров, во второй 5 красных и 7 синих шаров. Какова вероятность того, что из первой урны наудачу будет вынут красный шар, а из второй синий?

Решение. Пусть событие A_1 — из первой урны вынут красный шар; A_2 — из второй урны вынут синий шар:

$$P(A_1) = \frac{10}{15}, \quad P(A_2) = \frac{7}{12}.$$

События A_1 и A_2 независимые. Вероятность совместного появления событий A_1 и A_2 равна

$$P(A_1 \cdot A_2) = P(A_1) \cdot P(A_2) = \frac{10}{15} \cdot \frac{7}{12} = \frac{7}{18}.$$

5.4. Имеется колода карт (36 штук). Вынимаются наудачу две карты подряд. Какова вероятность того, что обе вынутые карты будут красной масти?

Решение. Пусть событие A_1 — первая вынутая карта красной масти. Событие A_2 — вторая вынутая карта красной масти. B — обе вынутые карты красной масти. Так как должны произойти и событие A_1, и событие A_2, то $B = A_1 \cdot A_2$. События A_1 и A_2 зависимые, следовательно, $P(B)$ вычисляем по формуле (9).

$$P(A_1) = \frac{18}{36}; \quad P(A_2|A_1) = \frac{17}{35}.$$

Отсюда $P(B) = \frac{18}{36} \cdot \frac{17}{35} \approx 0{,}243$.

5.5. В двух урнах находятся шары, отличающиеся только цветом, причем в первой урне 5 белых шаров, 11 черных и 8 красных, а во второй соответственно 10, 8, 6 шаров. Из обеих урн наудачу извлекается по одному шару. Какова вероятность, что оба шара одного цвета?

Решение. Пусть индекс 1 означает белый цвет, индекс 2 — черный цвет; 3 — красный цвет. Пусть событие A_i — из первой урны извлекли шар i-го цвета; событие B_j — из второй урны извлекли шар j-го цвета; событие A — оба шара одного цвета. $A = A_1 \cdot B_1 + A_2 \cdot B_2 + A_3 \cdot B_3$. События A_i и B_j независимые, а $A_i \cdot B_i$ и $A_j \cdot B_j$ несовместные при $i \neq j$. Следовательно,

$$P(A) = P(A_1) \cdot P(B_1) + P(A_2) \cdot P(B_2) + P(A_3) \cdot P(B_3) =$$
$$= \tfrac{5}{24} \cdot \tfrac{10}{24} + \tfrac{11}{24} \cdot \tfrac{8}{24} + + \tfrac{8}{24} \cdot \tfrac{6}{24} = \tfrac{31}{96}.$$

5.6. Отдел технического контроля проверяет изделия на стандартность. Вероятность того, что взятое изделие стандартное, равна 0,9. Найдите вероятность того, что из двух проверенных изделий только одно стандартное.

Решение. Пусть событие A_i — i-е изделие стандартное, $i = 1,2$. Пусть событие A — из двух проверенных изделий только одно стандартное. $A = A_1 \cdot \overline{A_2} + \overline{A_1} \cdot A_2$, $P(A_i) = 0{,}9$, $P(\overline{A_i}) = 0{,}1$, $i = 1,2$.

$$P(A) = P(A_1)\cdot P(\overline{A_2}) + P(\overline{A_1})\cdot P(A_2) = 0{,}9\cdot 0,1 + 0,1\cdot 0{,}9 = 0,18,$$

так как события A_1 и A_2 независимые, следовательно, события A_1 и $\overline{A_2}$, $\overline{A_1}$ и A_2 — тоже независимые события; события $A_1 \cdot \overline{A_2}$ и $\overline{A_1} \cdot A_2$ — несовместные события.

Задачи для самостоятельного решения

5.7. Предприятие даёт в среднем 25% продукции высшего сорта и 65% продукции первого сорта. Какова вероятность того, что случайно взятое изделие окажется первого или высшего сорта?

5.8. Каждое из четырех несовместных событий может произойти соответственно с вероятностями 0,014, 0,011, 0,009, 0,006. Найдите вероятность того, что в результате опыта произойдет хотя бы одно из этих событий.

5.9. Стрелок производит один выстрел в мишень, состоящую из центрального круга и двух концентрических колец. Вероятность попадания в круг и кольца соответственно равны 0,35, 0,20, 0,15. Какова вероятность попадания в мишень?

5.10. Определите вероятность того, что наудачу взятое двузначное число окажется кратным либо 2, либо 9, либо тому и другому одновременно.

5.11. Найдите вероятность того, что при подбрасывании игрального кубика на верхней грани окажется четное или кратное трем число.

5.12. На десяти карточках напечатаны цифры от 0 до 9. Определите вероятность того, что три наудачу взятые и поставленные в ряд карточки составят число 357.

5.13. Производится 4 выстрела по мишени с вероятностью попадания 0,2 при отдельном выстреле. Попадания в мишени при различных выстрелах предполагаются независимыми событиями. Какова вероятность попадания в цель ровно три раза?

5.14. Вероятности появления каждого из трёх независимых событий A, B, C соответственно равны 0,9, 0,8, 0,7. Найдите вероятность появления только одного из этих событий.

5.15. Слово "ЛОТОС", составленное из букв кубиков, рассыпано на отдельные буквы, которые затем перемешаны и сложены в коробке. Из коробки наугад извлекаются одна за другой три буквы. Найдите вероятность того, что при этом получится слово "СТО".

5.16. В ящике находятся 10 деталей, из которых 4 — первого типа и 6 — второго. Для сборки агрегата нужно сначала взять деталь первого типа, а затем второго. Какова вероятность того, что при выборке наугад детали будут взяты в нужной последовательности?

5.17. Вероятность того, что событие появится хотя бы один раз в трёх независимых испытаниях, равна 0,875. Найдите вероятность появления события в одном испытании.

5.18. Студент знает ответы на 20 вопросов из 26. Предположим, что вопросы задаются последовательно один за другим. Найдите вероятность того, что три подряд заданных вопроса — счастливые.

5.19. В ящике находятся 10 деталей, из которых 5 — первого типа, 3 — второго и 2 — третьего. Какова вероятность того, что при выборе наугад первой будет взята деталь первого типа, второй — второго, третьей — третьего типа?

5.20. Вероятность того, что при одном выстреле стрелок попадет в десятку, равна 0,6. Сколько выстрелов должен сделать стрелок, чтобы с вероятностью не менее 0,8 он попал в десятку хотя бы один раз?

5.21. Для сигнализации об аварии установлены два независимо работающих сигнализатора. Вероятность того, что при аварии сигнализатор сработает, равна 0,95 для первого сигнализатора и 0,9 для второго. Найдите вероятность того, что при аварии сработает только один сигнализатор.

5.22. Два стрелка стреляют по мишени. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле для первого стрелка равна 0,7 , а для второго — 0,8. Найдите вероятность, что при одном залпе в мишень попадет только один из стрелков.

5.23. Вероятность одного попадания в цель при одном залпе из двух орудий равна 0,38. Найдите вероятность поражения цели при одном выстреле первым из орудий, если известно, что для второго орудия эта вероятность равна 0,8.

5.24. Устройство содержит два независимо работающих элемента. Вероятность отказа элементов соответственно равны 0,05 и 0,08. Найдите вероятность отказа устройства, если для этого достаточно, чтобы отказал хотя бы один элемент.

5.25. Радиолокационная станция ведет наблюдение за двумя объектами. За время наблюдения первый объект может быть потерян с вероятностью $p_1 = 0{,}12$, а второй — с вероятностью $p_2 = 0{,}14$. Найдите вероятность того, что за время наблюдения станцией не будет потерян хотя бы один объект.

5.26. По цели стреляют тремя ракетами. Вероятность поражения цели каждой ракетой равна 0,95. Найдите вероятность того, что после обстрела цель уцелеет.

5.27. Для разрушения моста достаточно попадания одной авиационной бомбы. Найдите вероятность того, что мост будет разрушен, если на него сбросить 4 бомбы, вероятности попадания которых соответственно равны 0,3, 0,4, 0,6, 0,7.

5.28. Три исследователя независимо один от другого производят измерения некоторой физической величины. Вероятность того, что первый исследователь допустит ошибку при считывании показаний прибора равна 0,1. Для второго и третьего исследователей эта вероятность соответственно равна 0,15 и 0,2. Найдите вероятность того, что при однократном измерении хотя бы один из исследователей допустит ошибку.

5.29. Вероятность хотя бы одного попадания в цель при четырех выстрелах равна 0,9984. Найдите вероятность попадания в цель при одном выстреле.

Ответы

5.7. 0,9. **5.8.** 0,04. **5.9.** 0,7. **5.10.** 5/9. **5.11.** 2/3. **5.12.** 1/720. **5.13.** 0,0256. **5.14.** 0,092. **5.15.** 1/30. **5.16.** 4/15. **5.17.** 0,5. **5.18.** 57/130. **5.19.** 1/24. **5.20.** $n \geq 2$. **5.21.** 0,14. **5.22.** 0,38. **5.23.** 0,7. **5.24.** 0,126. **5.25.** 0,2432.